Le laser à électrons libres (EL)

J.M. Ortega

LURE, Bât. 209 D, 91405 Orsay, France

1. INTRODUCTION

Le LEL est un laser dont le milieu amplificateur est constitué par un faisceau d'électrons dont l'énergie est convertie partiellement en énergie électromagnétique. Il se rattache donc plus à la famille des tubes électroniques (triode, klystron, magnétron...) qu'à celle des lasers usuels utilisant des électrons liés à des atomes. Dans ces derniers la nature discrète des niveaux d'énergie impose l'emploi de la mécanique quantique. Dans le LEL, comme dans les autres tubes on a affaire à un quasi-continuum de niveaux, de telle sorte que la **mécanique classique est suffisante** pour décrire son fonctionnement.

Schéma du Laser à électrons libres

Dans une triode l'énergie des électrons est modulée par une tension appliquée sur la grille. Cette modulation est amplifiée fortement si la tension appliquée sur le tube est beaucoup plus forte que la tension de polarisation. Si l'on veut travailler à des fréquences élevées (> 1 GHz typiquement), on ne peut plus utiliser une grille mais une cavité résonnant à la fréquence que l'on veut amplifier (cas du klystron). A fréquence encore plus élevée (où la cavité deviendrait microscopique) on revient à un champ statique, mais spatialement modulé ("onduleur") que va parcourir l'électron. Si cet électron est ultra-relativiste, la longueur d'onde à laquelle il émet est égale à la période du champ statique divisée par un facteur important (effet Doppler relativiste). Cette longueur d'onde peut ainsi être choisie très petite. On verra plus loin que cette longueur d'onde s'écrit :

$$\lambda = \lambda_0 (1 - v/c) = \lambda_0 / 2\gamma^2 \quad \text{où } \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad \beta = v/c, \quad v = \text{vitesse de l'électron}$$

λ_0 est la période de l'onduleur $\approx$ quelques centimètres. En dynamique relativiste on montre que :

$$\gamma = E/mc^2 = E(\text{MeV})/0.511$$

car la masse de l'électron est de 0.511 MeV.

L'énergie des électrons allant de un à plusieurs centaines de MeV, la longueur d'onde produite peut se situer aussi bien dans les domaines millimétrique qu'optique.

Ce que nous venons de décrire ici est en fait du **rayonnement synchrotron**. Si l'on ne prend pas de précaution particulière, ce rayonnement est incohérent (bien qu'il possède en fait un certain degré de cohérence). Dans certains cas, le milieu peut devenir amplificateur à cette longueur d'onde particulière (dite de résonance) et produire de l'émission dite cohérente : on a alors affaire à un LEL.

Nous allons maintenant décrire les principes du LEL et les notions physiques s'y rattachant. Nous exposerons d'abord un traitement assez qualitatif, donc sans rentrer dans le détail des équations qui le régissent. Nous allons procéder en faisant une analogie avec les tubes et les accélérateurs RF, les principes de fonctionnement étant très voisins dans ces différents domaines et cette comparaison nous paraissant riche d'enseignements. Nous calculerons ensuite le gain dans le modèle du pendule.

2. LE KLYSTRON

Le klystron a été inventé en 1939 par les frères Varian à Stanford. C'est un amplificateur/oscillateur dans le domaine des micro-ondes typiquement :

$$\nu = 1 - 30 \text{ GHz} \quad \text{soit } \lambda = 30 - 1 \text{ cm}$$

Ses principes de fonctionnement sont très proches de celui d'un accélérateur ou d'un laser à électrons libres. On distingue 3 étapes :

- 1 Modulation de vitesse
- 2 Groupement
- 3 Interaction cohérente avec l'onde

Ces 3 étapes sont très caractéristiques de tous les dispositifs (tubes, accélérateurs RF, LEL Compton et Raman) auxquels nous nous intéressons (Cependant on cherche parfois à s'affranchir de la 2ème étape : c'est le cas des photocathodes de canon d'accélérateurs où l'on produit des paquets très courts d'électrons à l'aide d'un laser à impulsions).

1 Dans la 1ère cavité

Le champ est oscillant sur une longueur $\Delta z \ll \lambda$ à la fréquence $\nu = c/\lambda$, un électron acquiert une énergie :

$$\Delta W = \int \vec{E} \cdot \vec{v} \cdot dt \approx E_0 \cdot v \cdot \cos(2\pi \nu t) \cdot \frac{\Delta z}{v} \approx E_0 \cdot \Delta z \cdot \cos(2\pi \nu t)$$

Le signe de ΔW dépend donc de l'instant, t , où l'électron arrive dans la cavité et ΔW est modulé dans le temps avec la période temporelle $T = 1/2\pi\nu$ et la période spatiale $\lambda \frac{v}{c}$.

2 Dans l'espace de glissement :

Il faut une certaine longueur de glissement, pour que l'accumulation des électrons en paquets séparés temporellement par T soit optimale. On dit alors que les électrons sont groupés.

Schéma du Klystron

Flux d'électrons

[3] Dans la 2ème cavité résonante :

Les électrons ont tous la même phase par rapport à l'onde électromagnétique de la cavité, précisément parce qu'ils sont groupés. L'échange d'énergie est :

$$W_2 = \sum_{\text{électrons}} \int \vec{E} \cdot \vec{v} dt \equiv N_e E \Delta z \cos(2\pi \nu t)$$

où $N_e = Nb$ d'électrons, E = champ électrique, Δz = Longueur d'interaction.

Dans la 1ère cavité on avait $W_1 \approx 0$ puisque les électrons avaient des phases aléatoires.

$$\text{Donc } \frac{W_2}{W_1} \gg 1$$

On a donc réalisé un amplificateur à très grand gain ($10^3 - 10^6$ en pratique). La phase entre les électrons et le champ dans la 2ème cavité est asservie au faisceau lui-même (le champ est créé par les électrons). Le principe de fonctionnement est ainsi :

Grouper par modulation de vitesse -----> Interaction cohérente avec le champ

C'est le principe du klystron, de l'accélérateur Radiofréquence et du laser à électrons libres.

- D'une manière générale un paquet d'électrons ne peut être accéléré ou décéléré que par une onde dont la période est plus grande que la longueur du paquet. Le groupement peut être obtenu de plusieurs manières.

- Avec une contre-réaction un klystron peut fonctionner en oscillateur, comme tout tube électronique. Dans un LEL, la contre-réaction est constituée d'une cavité optique. Le fonctionnement en un seul passage a été proposé (pour éviter l'usage de miroirs), mais est très difficile à obtenir, en particulier aux courtes longueurs d'onde.

3. L'ACCÉLÉRATEUR RF

L'accélérateur RF (radiofréquence) fonctionne un peu comme un klystron en inverse : la phase des particules est réglée de telle manière qu'ils absorbent de l'énergie de l'onde incidente et donc soient accélérés. On verra que dans un LEL ces deux effets (émission ou absorption) peuvent également se produire.

Dans un accélérateur RF, tel celui schématisé ci-dessous, on groupe les électrons à l'aide d'une première cavité (souvent sous-harmonique) où la phase est réglée de manière idoine.

- Dans un klystron on produit un faisceau de basse énergie mais très intense qui excite l'onde RF dans la 2ème cavité. Dans un accélérateur on a un faisceau peu intense qui est accéléré par une onde RF très intense produite par un klystron et envoyée dans les cavités de la section accélératrice.

- Une section accélératrice peut être considérée comme une suite de cavités couplées ou comme un guide d'onde où des iris ralentissent la vitesse de phase de l'onde RF de façon qu'elle soit égale à la vitesse de propagation des électrons.

- Dans la section accélératrice les électrons doivent avoir tous la même phase par rapport à l'onde RF et donc être groupés en petits paquets (1 degré de phase à 3 GHz = 0.9 ps). Comme un canon ne peut délivrer d'impulsions aussi courtes (sauf dans le cas du développement récent des photocathodes) on emploie un "groupeur" (sous-harmonique et/ou harmonique). Dans celui-ci les électrons voyagent sur le "flanc" de l'onde RF de façon à y acquérir une dispersion en énergie et sont groupés par la modulation de vitesse correspondante, comme dans le klystron et le LEL.

- Dans un accélérateur circulaire, synchrotrons ou anneaux de stockage, les particules passent à chaque tour dans une même cavité RF : le principe d'accélération est donc le même.

- Différent de ce schéma : les machines électrostatiques, continues ou pulsées et les accélérateurs à induction. Dans les machines électrostatiques, les particules n'ont pas besoin d'être groupées; par contre l'énergie finale ne peut dépasser quelques MeV, car les distances d'isolation deviennent très grandes.

Les accélérateurs très brièvement décrits ci-dessus sont précisément ceux qui sont utilisés comme sources d'électrons pour les LEL. Leur mise en oeuvre est généralement lourde.

4. MÉCANISME DU LEL

Quand la fréquence de l'onde que l'on veut produire s'élève, les dispositifs du type klystron ne conviennent plus. En effet la taille des cavités et des guides d'onde est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, donc impossible à réaliser dans les domaines microniques et submicroniques. Il existe plusieurs types de LEL (Compton, Roman, Cerenkov...), le "Compton" étant le plus répandu.

Dans le Compton on utilise une onde électromagnétique non guidée :

(L'onde étant une onde laser ou bien du rayonnement synchrotron stocké dans une cavité optique).

Le travail d'un électron dans l'onde est : $\delta W = \vec{E} \vec{v} dt$

Il est non nul seulement si l'électron a une composante de sa vitesse // $\vec{E}$. La solution la plus simple est de courber périodiquement sa trajectoire avec un onduleur (champ magnétique transverse périodique). Les fréquences de l'onduleur et de la lumière étant différentes, le travail d'un électron dans l'onduleur est généralement nul (en négligeant le rayonnement synchrotron incohérent émis) sauf pour une longueur d'onde particulière appelée longueur d'onde de

résonance, λ_R . Pour cette longueur d'onde (et ses harmoniques) on va voir que l'on obtient un groupement des électrons, avec la période spatiale λ_R , par modulation de vitesse.

4.1 Longueur d'onde de résonance

Résonance :

Quand l'électron a parcouru λ_0 , l'onde lumineuse a parcouru $\lambda_0 + n\lambda_R$: l'électron a été dépassé exactement par n période(s) lumineuse. Alors $\vec{E} \cdot \vec{v}_\perp$ garde le même signe (pour 1 électron donné) tout le long de l'onduleur, c'est à dire que l'électron "travaille" toujours dans le même sens tout le long de l'onduleur et son déplacement relatif, par rapport à un électron de phase arbitraire, se fait toujours dans la même direction. La condition s'écrit :

$$\frac{\lambda_0}{v_{//}} = \frac{\lambda_0 + n\lambda_R}{c} \Rightarrow n\lambda_R = \lambda_0 \left(\frac{1}{\beta_{//}} - 1 \right) \equiv \lambda_0 (1 - \beta_{//}) \quad \text{car } \beta_{//} \equiv 1$$

Si on fait l'approximation $\beta_{//} = \beta$:

$$\Rightarrow 1 - \beta_{//} = \frac{1 - \beta_{//}^2}{1 + \beta_{//}} = \frac{1 - \beta_{//}^2}{2} = \frac{1 - \beta^2}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_R \approx \frac{\lambda_0}{2n\gamma^2}}$$

C'est une approximation pour un onduleur à champ faible. On verra plus loin que la forme exacte est :

$\lambda = \lambda_0(1 + K^2)/2n\gamma^2$ où K est proportionnel au champ dans l'onduleur

Cette longueur d'onde (pour $n=1$) est précisément celle du maximum du rayonnement synchrotron, pour la même raison (interférence constructive). On pourrait aussi trouver ce résultat en calculant l'effet Doppler relativiste d'un électron qui émet un rayonnement d'antenne, sous l'influence de l'onduleur, dans le référentiel où il est immobile selon la direction z .

On voit qu'en prenant une période d'onduleur "raisonnable" (quelques cm) λ_R est dans le domaine optique pour γ suffisamment grand.

ex. : $\lambda_0 = 10 \text{ cm}$ $E = 150 \text{ MeV}$ ($\gamma = 294$) $\Rightarrow \lambda_R = 0.6 \mu\text{m}$ (visible)

λ_R peut être balayé facilement avec l'énergie des électrons dans une large gamme, ce qui est un des grands avantages du LEL. En pratique on balaye finement la longueur d'onde en faisant varier le paramètre " K " (champ magnétique de l'onduleur) plutôt que l'énergie. Les valeurs typiques de K vont de 1 à 3.

4.2 Groupement des électrons

De même que dans le klystron les électrons vont tendre à se grouper autour de certaines positions privilégiées séparées par la longueur d'onde du champ, λ si $\lambda \approx \lambda_R$. En effet certaines particules sont accélérées tout le long de l'onduleur, d'autres sont décélérées, suivant leur phase initiale par rapport à l'onde.

Mathématiquement :

Un électron, i , se trouve en un point z_i à un instant t tel que :

$$z_i = c\beta_{//} (t + t_i^0) = c\beta_{//}t + z_i^0 \quad (\text{au 1er ordre puisque l'on suppose } z_i^0 = \text{Cste})$$

où t_i est le retard de l'e⁻ / un point de référence, arbitraire, dans le paquet $z_i^0 = \beta_{//} t_i^0$ et sa vitesse perpendiculaire est :

$$v_{i\perp} \sim \exp(-jK_0 z_i) \quad K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

On a pris le signe "-" par commodité.

Le champ électrique est :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - kz)} \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \quad \text{avec} \quad \frac{K_0}{K} = \frac{\lambda}{\lambda_0} :$$

On trouve facilement :

$$\vec{E} \cdot \vec{v}_L \sim E_0 e^{j \frac{2\pi c t}{\lambda} \left[(1 - \beta_{//}) - \beta_{//} \frac{\lambda}{\lambda_0} \right]} \cdot e^{-j(K + K_0) z_i}$$

On retrouve bien que $\vec{E} \cdot \vec{v}$ est indépendant du temps si $\lambda = \frac{\lambda_0(1 - \beta_{//})}{\beta_{//}} = \lambda_R$

et $\vec{E} \cdot \vec{v}_i \sim \exp(-jKz_i^0)$ car $K_0 \ll K$ (d'un facteur de l'ordre de γ^2)

L'amplitude de l'interaction ne dépend donc que de la position longitudinale de l'électron dans le paquet avec la périodicité λ_R . Les électrons vont donc se grouper avec la périodicité λ_R autour de points où l'interaction est nulle.

4.3 Interaction

Dans un onduleur purement sinusoïdal les 3 processus :

- * Modulation de vitesse
- * Glissement
- * Interaction : Amplification

ont lieu simultanément (Cependant, la modulation et le groupement ont lieu surtout au début de l'onduleur tandis que l'amplification a lieu surtout à la fin).

Cependant, on a vu que le terme $\vec{E} \cdot \vec{v}$ était nul aux points de groupement.

Donc, au 1er ordre, pour $\lambda = \lambda_R$, il n'y a pas d'interaction en moyenne car autant d'électrons reçoivent ou perdent de l'énergie :

$$\Delta E = \sum_{\text{électrons}} \int_{\text{onduleur}} \vec{E} \cdot \vec{v} dt = 0$$

Pour qu'il y ait interaction il faut que λ soit légèrement différent de λ_R . Ainsi il y a précession et les paquets finissent par se trouver à une phase où l'interaction se produit :

Selon la valeur de λ , la précession se fait d'un côté ou de l'autre et donc l'échange d'énergie peut être positif ou négatif.

Pour :

- $\lambda > \lambda_R \rightarrow$ **amplification** (Gain et décélération du faisceau)
- $\lambda < \lambda_R \rightarrow$ **absorption** (Accélération du faisceau)

En général le gain d'un LEL est relativement faible (car le groupement est imparfait) et l'énergie ne peut être extraite correctement que par un processus multi-passage. A cet effet on utilise une cavité optique, qui permet à l'onde amplifiée d'atteindre sa valeur de saturation. C'est l'émission spontanée stockée dans la cavité optique qui déclenche le processus laser : elle est amplifiée à chaque passage jusqu'à atteindre une valeur maximum (dite de saturation) pour laquelle le gain est égal aux pertes. Le système, étant un oscillateur, se boucle sur la fréquence pour laquelle le gain est maximum, c'est à dire qu'il "choisit", à l'intérieur de la bande de fréquence de l'émission spontanée, celle qui lui convient le mieux. A saturation, le gain ne peut être calculé que numériquement. Néanmoins l'efficacité de l'extraction peut être estimée par des considérations assez simples. En particulier sur un accélérateur ne recirculant pas les particules ou l'énergie, l'efficacité est de l'ordre d'une fraction de $1/N$ (largeur de la courbe d'émission spontanée), où N est le nombre de périodes de l'onduleur.

4.4 Gain / Émission cohérente

Il existe 2 points de vue du laser à électrons libres, qui sont équivalents :

- Lorsque les électrons sont groupés, ils travaillent tous en phase avec le rayonnement incident : c'est le point de vue que nous avons développé ci-dessus.

- Lorsque les électrons sont groupés avec une périodicité λ , le rayonnement synchrotron (cf. §1) qu'ils émettent à cette longueur d'onde devient cohérent : Les amplitudes émises par chaque

électron s'additionnent exactement (et non plus de façon aléatoire, comme pour une distribution quelconque). L'amplitude émise est alors N_e (nombre d'électrons) fois celle d'un électron et l'intensité N_e^2 fois : on a un facteur d'amplification égal à N_e (pour un groupement parfait) par rapport au rayonnement incohérent. Comme N_e est de l'ordre de 10^{10} , cet effet est considérable.

L'intensité du rayonnement peut s'écrire : $I = [N_e (N_e - 1) f^2(\omega) + N_e] I_0$

où I_0 est l'intensité synchrotron, dite incohérente, émise par un paquet uniforme, et

$$f^2(\omega) = \left| \int S(z) e^{j\omega z/c} dz \right|^2$$

où $S(z)$ est le profil longitudinal du paquet d'électrons.

On voit que le rayonnement cohérent peut également se produire aux fréquences harmoniques, si le groupement possède un profil non sinusoïdal. Au 1^{er} ordre (gain faible ou groupement peu prononcé), on peut montrer que le seul terme non négligeable dans l'émission cohérente est celui qui correspond à l'amplification de l'onde incidente, c'est à dire le terme de gain. On peut s'en convaincre en faisant le petit calcul phénoménologique ci-dessous :

Appelons : $\vec{E}_L$ = le champ de l'onde incidente (émission stockée dans la cavité optique)

$\vec{E}_c$ = le champ de l'émission spontanée cohérente (induit par $\vec{E}_L$).

On a vu que E_c était non nul pour $\lambda = \lambda_R/n$ et soit $\lambda_L = \lambda_R$. On néglige l'émission incohérente, c'est à dire le rayonnement synchrotron émis sans relation de phase entre les électrons. Admettons que :

$$E_c \left(\frac{\lambda_L}{n} \right) = \epsilon_n \left[E_L \left(\frac{\lambda_L}{n} \right) \right]^n$$

C'est une loi très générale dans les phénomènes non-linéaires tels que la génération d'harmoniques dans les cristaux : doubleurs, tripleurs,... de fréquence. Alors le champ total émis est :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_L + \vec{E}_c$$

et l'intensité totale :

$$\begin{aligned} I_T &= (\vec{E}_L + \vec{E}_c)^2 \\ &= E_L^2 + E_c^2 + 2E_L E_c \cos \varphi \\ &= I_L + I_c + (2\epsilon_1 \cos \varphi) I_L + O(\epsilon_n) \end{aligned}$$

Appelons $g_1 = 2\epsilon_1 \cos \varphi$. $\vec{E}_L // \vec{E}_c$ et φ est ici l'angle de phase entre le champ laser (E_L) et le champ de l'émission spontanée cohérente (E_c). L'amplification de l'onde incidente est :

$$\frac{I_T - I_L}{I_L} = g_1 + \left(\frac{I_c}{I_L} \right)$$

Au 1^{er} ordre, c'est-à-dire pour les premiers passages dans la cavité optique : $I_c \ll I_L$ et l'on a bien un "gain" optique g_1 correspondant à un régime de croissance exponentiel :

$$\frac{\Delta I}{\Delta T} = I g_1 \Rightarrow I = I_0 e^{g_1 t / \tau} \quad \text{où} \quad \tau = 2L/c$$

Ce deuxième point de vue, que nous n'avons pas la place de développer ici montre bien la nature du rayonnement du LEL : c'est du rayonnement synchrotron cohérent. Le rayonnement synchrotron incohérent n'est pas l'analogue de l'émission spontanée dans les lasers usuels bien qu'on le baptise souvent ainsi. L'énergie du LEL est en fait prélevée sur l'énergie cinétique des électrons, comme dans tous les tubes. On voit aussi qu'il peut y avoir du gain et/ou de l'émission cohérente sur les harmoniques de la fréquence fondamentale de l'onduleur. En pratique, bien que beaucoup d'auteurs aient prôné de travailler sur les harmoniques, on n'arrive à produire de la puissance qu'à la longueur d'onde du fondamental.

4.5 Le Klystron optique

Il existe un moyen d'augmenter le gain d'un LEL, c'est de couper l'onduleur en 2 morceaux séparés soit par un espace de glissement soit par un élément magnétique appelé "section dispersive". Cet espace joue 2 rôles distincts :

1/ Il "déphase" les paquets d'électrons par rapport à la suite (le 2^{ème}) de l'onduleur, puisque la lumière dépasse les électrons d'une longueur qui dépend de γ , λ , et de la longueur de cet espace.

2/ En fait le rôle de déphaseur n'est pas très important (car il est assuré par une légère variation de λ). Par contre il peut être très utile pour **renforcer** le processus de groupement. En effet la dispersion en énergie imprimée au paquet continue d'agir dans l'espace de glissement et le groupement de se renforcer. Si l'on se contente de remplacer un morceau d'onduleur par un espace sans champ on n'a évidemment rien gagné. Par contre si on le remplace par une section magnétique du type "wiggler" (une période d'onduleur à très fort "K") le groupement est amélioré par rapport à un morceau d'onduleur de même longueur. Le wiggler se comporte comme une "longue" (plusieurs mètres) section droite : les électrons rapides (ceux qui ont été accélérés dans le 1^{er} onduleur par interaction avec le champ EM et qui sont donc à la "poursuite" des lents) ont tendance à rattraper les lents dans la section dispersive.

Ceci permet d'utiliser un onduleur plus court pour le même gain ou d'améliorer le gain lorsque l'espace est limité (anneaux de stockage). Ce dispositif est analogue à un klystron, aussi l'appelle-t-on **klystron optique**.

Au cours du processus de croissance du laser le champ EM devient de plus en plus grand et donc la modulation en énergie imprimée aux électrons dans le 1^{er} onduleur le devient également. La section dispersive a alors tendance à "dégrouper" les électrons. En d'autres termes la saturation (valeur limite de la puissance laser) intervient à plus bas niveau pour un klystron optique : c'est le prix à payer pour obtenir un gain plus grand.

Le klystron optique est l'équivalent dans le domaine du LEL du klystron dans le domaine des tubes, "de la compression magnétique" dans le domaine des accélérateurs et de la compression d'impulsion en optique (utilisant un milieu dispersif : fibre, prisme, réseau...). L'effet laser n'a été obtenu sur anneau de stockage (ACO et Super-ACO à LURE, VEPP3 à Novossibirsk et au Japon) qu'à l'aide d'un klystron optique. Il n'est efficace que si la dispersion en énergie des électrons est suffisamment faible, ce qui est le cas des anneaux de stockage car le rayonnement synchrotron produit un "refroidissement" des paquets d'électrons : la cavité RF de l'anneau et le rayonnement synchrotron jouent un rôle similaire au laser exciteur et à l'émission spontanée dans le refroidissement d'atomes par laser. On peut montrer que, pour une dispersion en énergie $\Delta\gamma/\gamma$ (FWHM), le gain maximum, comparé à celui qu'auraient les 2 onduleurs sans section dispersive est :

$$\frac{G_{\max}(\text{K.O.})}{G(2N)} \approx \frac{0.1}{N \cdot \Delta\gamma/\gamma}$$

Des versions plus élaborées de klystrons (à sections "distribuées") ont été proposées depuis lors.

5. GAIN DU LEL

Le gain du LEL est un paramètre extrêmement important puisque c'est lui qui déterminera la possibilité de laser et le niveau de saturation. Les pertes sont déterminées par l'état de la technologie à une longueur d'onde donnée. Le gain du LEL se calcule en mécanique classique relativiste. Les effets quantiques sont négligeables sauf pour les longueurs d'onde correspondant aux rayons X "durs". Nous en reparlerons brièvement plus loin.

En toute rigueur la dynamique du LEL doit se calculer en résolvant de façon couplée les équations de Maxwell du champ et de Lorentz de la dynamique des électrons. C'est ce que l'on fait pour résoudre numériquement la dynamique du laser. Néanmoins il est intéressant de faire quelques approximations qui permettent de calculer analytiquement le gain du système et bien comprendre les processus. Ce sont les suivantes :

- *Le gain est "faible", c'est à dire que le champ électromagnétique est quasi constant le long de l'ondeur*

- *La perte d'énergie des électrons se fait exclusivement au profit du mode laser.*

On va alors calculer le gain au 1er ordre par les équations de Lorentz uniquement, en supposant donc que la perte d'énergie des électrons est entièrement due à l'amplification sur le 1er harmonique et en négligeant l'émission cohérente. On trouve alors la fameuse équation du "pendule" caractéristique du laser à électrons libres mais que l'on retrouve aussi dans de nombreux problèmes d'accélérateurs et de plasmas et que l'on visualise dans un diagramme de "phase espace".

Pour la simplicité, afin de ne pas avoir à développer en séries de fonctions de Bessel, on va se placer dans le cas d'un champ magnétique hélicoïdal (→ Polarisation circulaire), qui correspond d'ailleurs historiquement au 1er LEL (Stanford : J. Madey 1977-78)

Onduleur hélicoïdal :

* Champ magnétique de l'ondeur :

$$\vec{B}_m = B_m (\cos \Psi, \sin \Psi, 0) \quad \text{avec} \quad \Psi = K_0 z = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} z \right)$$

* Champ de l'onde électromagnétique à amplifier :

$$\begin{cases} \vec{E} = E_0 (\cos \chi, -\sin \chi, 0) \\ \vec{B} = \frac{E_0}{c} (\sin \chi, \cos \chi, 0) \end{cases}$$

avec $\chi = K_r z - \omega t + \varphi$ $\left(K_r = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$ $\varphi = \text{phase initiale (quelconque)}$

Équations de Lorentz : (Équations de la dynamique relativiste)

$$\frac{d}{dt}(\gamma \vec{\beta}) = \frac{e}{mc} (\vec{E} + c \vec{\beta} \wedge \vec{B})$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma mc^2) = ec \vec{E} \cdot \vec{\beta}$$

Trajectoires :

En 1^{ère} approximation le champ de l'onduleur est beaucoup plus intense que le champ de l'onde à amplifier et seule la 1^{ère} équation, et dans celle-ci le champ de l'onduleur, agit sur les trajectoires des électrons (donc ceci ne sera pas nécessairement vrai à saturation où les champs EM. sont importants).

$$\Rightarrow \frac{d\vec{\beta}}{dt} = \frac{e}{\gamma m} (\vec{\beta} \wedge \vec{B}_m)$$

$$\Rightarrow \vec{\beta} = \frac{e B_m}{\gamma m} \beta_z (-\sin \psi, \cos \psi, 0) \quad \psi = K_0 z = K_0 c \beta_z t$$

Au 1^{er} ordre : ($\beta_z \approx c^{ste} = c$ dans β_z et β_y)

$$\vec{\beta} = \left(\frac{K}{\gamma} \cos \psi, \frac{K}{\gamma} \sin \psi, \beta_z \right)$$

avec : $K = e B_m \lambda_0 / 2 \pi m c$

$$\text{et } \gamma^{-2} = 1 - (\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2) \Rightarrow \beta_z^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{K^2}{\gamma^2}$$

$$\beta_z = 1 - \frac{1 + K^2}{2 \gamma^2}$$

($K^2 \rightarrow K^2/2$ dans le cas de l'onduleur linéaire)

C'est à partir de cette expression de la vitesse selon z que l'on trouve l'expression de la longueur d'onde de résonance. En effet on a vu que :

$$\lambda_R = \lambda_0 (1 - \beta_z) \quad \text{d'où : } \lambda_R = \frac{\lambda_0}{2 \gamma^2} \cdot (1 + K^2)$$

La trajectoire des électrons est bien évidemment, hélicoïdale. L'onduleur hélicoïdal n'est presque plus utilisé pour le LEL pour des raisons techniques, bien qu'il donne un gain 3 à 4 fois plus important qu'un linéaire de même longueur. Ici l'expression de β_z est plus exacte que dans le cas du linéaire : β_z est constant, l'électron n'oscille pas le long de $z \Rightarrow$ Il n'y a pas

d'émission d'harmoniques le long de l'axe et pas de gain non plus aux fréquences harmoniques, ce qui rend également l'hélicoïdal moins intéressant.

Équation du pendule :

On injecte l'expression de la vitesse dans la 2ème équation de Lorentz :

$$\Rightarrow \frac{d\gamma}{dt} = -\frac{eE_0}{mc} \frac{k}{\gamma} [\cos \psi \sin \chi + \sin \psi \cos \chi] = \frac{e^2 E_0 B_m}{\gamma m^2 c^2} \cdot \frac{\lambda_0}{2\pi} \sin(\psi + \chi)$$

De plus :

$$* \quad \beta_z = 1 - \frac{1}{2\gamma^2} (1 + K^2) \Rightarrow \frac{d\beta_z}{dt} = \frac{1}{\gamma^3} (1 + K^2) \frac{d\gamma}{dt}$$

* On est proche de la résonance donc

$$K_r = \frac{2\pi}{\lambda_r} \equiv \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\gamma^2}{(1 + K^2)} \quad (\text{vecteur d'onde de l'onde incidente}) \text{ d'où :}$$

$$\boxed{K_r \frac{d\beta_z}{dt} = -\frac{2 e^2 E_0 B_m}{\gamma^2 m^2 c^2} \sin(\psi + \chi)}$$

Avec : $\Omega^2 = 2e^2 E_0 B_m / \gamma^2 m^2 c^2$ et $\zeta = \psi + \chi = K_r z - \omega_r t + K_0 z$ (phase)

Cette phase, ζ , est le terme essentiel et on le traite en perturbation en posant :

$$* \quad z = z_0 + \beta_z^0 ct + \delta_z \quad \text{où} \quad \beta_z^0 = C^{ste} = \beta_z (\gamma = \gamma_0)$$

$$* \quad \omega_r = \omega_R + \Delta\omega_r \quad \left(K_r = K_R + \frac{\Delta\omega_r}{c} \right)$$

$$* \quad \Delta\omega = (\beta_z - 1) \Delta\omega_r \quad (\approx -\Delta\omega_r / 2\gamma^2)$$

δz mesure l'écart de position (qui va donner naissance au groupement) et $\Delta\omega$, l'écart à la résonance

$$\zeta \equiv \left[\beta_z K_R + K_0 - \frac{\omega_R}{c} \right] ct + \Delta\omega t + K_R \delta z + K_r z \quad (K_r z \text{ est la phase initiale})$$

Le 1er terme est nul par définition de la résonance.

$$\Rightarrow \boxed{\zeta = \Delta\omega t + K_R \delta z + K_R z_0}$$

Ne pas oublier que à la résonance : $\zeta = K_R \delta z$ (+ phase initiale)

$\delta z(t)$ décrit le mouvement de l'électron par rapport aux plans d'onde de l'onde incidente. ζ décrit l'évolution de sa phase par rapport à l'onde incidente. On voit que :

$$\frac{dz}{dt} = c \beta_z^0 + \frac{d(\delta z)}{dt} = \beta_z \quad \frac{d\beta_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2(\delta z)}{dt^2} \quad (\text{car } \beta_z \text{ est constant par hypothèse})$$

Donc

$$\boxed{\frac{d^2 \zeta}{dt^2} = K_R \frac{d\beta_z}{dt}}$$

On peut maintenant obtenir une équation en fonction de ζ et Ω (paramètre) uniquement :

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} = -\Omega^2 \sin \zeta$$

- Cette équation est analogue à l'équation du pendule.
- $\Omega^2 \propto E_0$ est le champ électrique de l'onde incidente : on ne peut résoudre analytiquement qu'en supposant E_0 constante $\Leftrightarrow$ faible amplification, sinon il faut résoudre numériquement.
- La phase initiale est tout simplement la position de l'électron dans le paquet laquelle va donc déterminer sa variation d'énergie et le groupement comme on l'a vu qualitativement.
- On exprime souvent ζ dans un diagramme de phase.

Diagramme de "phase-espace" :

On peut représenter "l'oscillation" du pendule dans un diagramme $(\dot{\zeta}, \zeta)$. Réécrivons l'équation du pendule en utilisant

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} &= K_R \frac{d\beta_z}{dt} = \frac{K_R}{mc} \frac{d(m\vec{v}_z)}{dt} \\ \Rightarrow \frac{d(m\vec{v}_z)}{dt} &= \vec{F}_z = \frac{mc}{K_R} \Omega \sin \zeta \quad \text{Force pondéromotrice :} \end{aligned}$$

Les électrons peuvent soit :

- effectuer des oscillations dans un puits de potentiel : (trajectoires fermées)
- sauter d'un puits à l'autre : (trajectoires ouvertes)

Le groupement résulte de la concentration des électrons au fond des puits de potentiel.

En effet on a vu que :

$$\zeta = \Delta \omega t + K_R \delta z(t) + K_R z_0$$

$$\Rightarrow \dot{\zeta} = \Delta \omega + K_R (\beta_z(t) - \beta_z^0)$$

$$\text{soit } \dot{\zeta}(t=0) = \Delta \omega \quad (= 0 \text{ à la résonance})$$

Résolution de l'équation du pendule :

On va résoudre l'équation successivement au 1er et au 2ème ordre. Ensuite on va tenir compte des différents électrons constituant le paquet simplement en moyennant sur la phase initiale (distribution uniforme). L'équation est :

$$\ddot{\zeta}(t) = -\Omega^2 \sin \zeta(t) \quad \text{On remarque :} \quad 2\dot{\zeta}\ddot{\zeta} = -2\Omega^2 \dot{\zeta} \sin \zeta$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\zeta}^2 = 2\Omega^2 [\cos \zeta - \cos \zeta_0] + (\Delta\omega)^2$$

car $\zeta(t) = \zeta_0 + \Delta\omega t + K_R \delta z(t)$ donc $\dot{\zeta}(0) = \Delta\omega$

* Si $\Omega = 0 \Rightarrow \zeta = \Delta\omega t + C^{ste}$, $\delta z(t) = 0$ (Pas d'onde incidente $\rightarrow$ pas d'évolution)

* Si $\Omega \neq 0$ mais $\Omega \ll \Delta\omega$

$$\Rightarrow \quad \dot{\zeta} = \Delta\omega \left[1 + \varepsilon \left(\frac{\Omega}{\Delta\omega} \right)^2 \right]$$

Alors $\dot{\zeta}$ conserve le même signe tout au long de l'interaction (trajectoires "ouvertes") et un électron donné perd ou gagne de l'énergie durant tout le processus.

$\Omega \ll \Delta\omega$ signifie qu'un électron se rapproche continûment du fond du "puits de potentiel". Alors au 1er ordre on a groupement des particules mais pas de variation globale d'énergie. Au 2ème ordre on a échange d'énergie avec l'onde électromagnétique car il apparaît une variation globale d'énergie (intégrée sur tous les électrons).

$\Omega \approx \Delta\omega$ Les électrons oscillent par rapport à leur position d'équilibre dans le puits de potentiel (oscillations synchrotron). La qualité du groupement diminue ainsi que le gain : c'est la situation de saturation, qui ne se calcule que numériquement : trajectoires "fermées" dans le diagramme "phase-espace".

Résolution au 1er ordre :

Au 1er ordre $\dot{\zeta}^2 \equiv (\Delta\omega)^2 + 2 \Delta\omega K_R \delta\dot{z}$ et $\zeta = \Delta\omega t + \zeta_0$

D'où

$$z = z_0 + \beta_z^0 ct + \frac{\Omega^2}{\Delta\omega^2 K_R} \left[\sin(\Delta\omega t + \zeta_0) - \sin \zeta_0 - \Delta\omega t \cos \zeta_0 \right]$$

La variation d'énergie est nulle en moyenne si l'on néglige la perte due à l'émission spontanée, cohérente ou incohérente (ceci n'est vrai qu'aux faibles gains).

Résolution au 2ème ordre :

On considère l'expression complète de la phase ζ : $\zeta = \Delta\omega t + \zeta_0 + K_R \delta_z(t)$

Pour $K_R \delta_z \ll 1$ (ce qui équivaut à $\Omega^2 \ll \Delta\omega^2$ dans l'expression précédente de δ_z) on se sert de cette expression de δ_z que l'on réinjecte dans le $\cos \zeta$ soit :

$$\begin{aligned} \cos \zeta &= \cos(\Delta\omega t + \zeta_0 + K_R \delta_z) \\ &\approx \cos(\Delta\omega t + \zeta_0) - K_R \delta_z \sin(\Delta\omega t + \zeta_0) \\ &\equiv \cos(\zeta) - \frac{\Omega^2}{\Delta\omega^2} \left[\sin(\zeta) - \sin \zeta_0 - \Delta\omega t \cos \zeta_0 \right] \sin(\zeta) \end{aligned}$$

Maintenant on tient compte des 3 termes de $\dot{\zeta}^2$:

$$\dot{\zeta}^2 = \Delta\omega^2 + K_R^2 (\delta\dot{z})^2 + 2 \Delta\omega K_R \delta\dot{z} = 2 \Omega^2 [\cos \zeta - \cos \zeta_0] + \Delta\omega^2$$

On calcule ainsi $\delta\dot{z}$ et $-\frac{\partial\gamma}{\gamma} = \frac{\gamma^2}{c} (\delta\dot{z})$ qui est la perte d'énergie dans l'onduleur :

$$-\frac{\partial\gamma}{\gamma} = \frac{\gamma^2 \Omega^2}{\Delta\omega \omega_R} \left[\cos(\zeta) - \cos \zeta_0 - \frac{\Omega^2}{\Delta\omega^2} \left(1 - \cos \Delta\omega t - \frac{\Delta\omega t}{2} [\sin \Delta\omega t + \cos(\zeta)] + \frac{\cos 2\zeta_0 - \cos 2(\zeta)}{4} \right) \right]$$

Ce calcul est un calcul à "un électron". Le LEL est un phénomène à "N corps" où il faut tenir compte de tous les électrons. A ce stade nous allons nous soucier uniquement des phases relatives initiales des électrons, supposées aléatoires. Lorsque l'on moyenne sur tous les électrons, c'est à dire sur la phase initiale ζ_0 , tous les termes oscillants contenant ζ_0 sont nuls en moyenne et il reste :

$$\left(\frac{\partial\gamma}{\gamma} \right)_{\text{moyen}} = \frac{\gamma^2 \Omega^4}{\Delta\omega^3 \omega_R} \left[1 - \cos \Delta\omega t - \frac{\Delta\omega t}{2} \sin \Delta\omega t \right]$$

En identifiant la perte d'énergie des électrons avec le gain en puissance de l'onde (négligeant donc l'émission cohérente sur les harmoniques) le gain est :

$$G \propto \left(\frac{\partial\gamma}{\gamma} \right)_{\text{moyen}} \frac{mc^2}{\epsilon_0 E_0^2/2} \propto C^{\text{Ste}} \text{ car } \Omega^4 \propto E_0^2$$

Le gain ne dépend pas de la puissance initiale, on est donc bien en régime linéaire.

De plus, on remarque que le gain est proportionnel à la dérivée de la fonction $\{\sin^2(\Delta\omega T/2)/(\Delta\omega T/2)\}$, où $T = N\lambda_0/c$ et $\Delta\omega = \Delta\omega_r (1 - \beta_z)$, soit : $\Delta\omega T/2 = \pi N \Delta\omega_r/\omega_R$. Ceci est l'argument qui figure dans le rayonnement synchrotron. Donc le gain est proportionnel

à la dérivée de l'émission spontanée (par rapport à ω , λ , γ ...). Il est bien maximum pour une valeur différente de ω_R (fréquence de résonance) comme on l'avait vu qualitativement, pour une valeur qui vaut approximativement $\omega_R(1+1/2N)$. Ceci est le "1^{er} Théorème de Madey" et on peut montrer qu'il a une valeur très générale. Ce théorème permet de traiter de façon simple l'influence de la qualité du faisceau d'électrons sur le gain optique, ce qui est l'objet du paragraphe suivant.

Influence de la qualité du faisceau

Le calcul précédent est, en fait, un calcul à "1 dimension". Il faut, en fait, tenir compte de la géométrie et des propriétés du faisceau (dispersion en énergie, émittance). C'est ce que l'on appelle les effets à "3-Dimensions". Pour tenir compte exactement des propriétés des faisceaux (Distribution initiale des électrons dans l'espace des positions et des vitesses & Diffraction du faisceau laser), il faut des simulations numériques. Cependant on peut estimer les effets assez simplement, en particulier à l'aide du "théorème de Madey" et c'est ce que nous exposons brièvement ci-dessous.

Le gain maximum sur le n^{ième} harmonique peut s'écrire :

$$G = 6.25 \cdot 10^{-4} J(n) \cdot (N\lambda_0/\gamma)^3 (K^2/\lambda_0) \rho_e F_f F_{inh}$$

| _____ |

Résultat du calcul à
"1-dimension"

F_{inh} = Elargissement inhomogène

F_f = recouvrement des faisceaux

onduleur hélicoïdal : $J(1) = 1$ si $n = 1$ et $J(n) = 0$ si $n > 1$

onduleur linéaire : $J(n) = \frac{n}{2} \times \left[\frac{J_{n-1}}{2}(\xi) - \frac{J_{n+1}}{2}(\xi) \right]$

où J_n = fn de Bessel d'ordre n et $\xi = n k^2/(4+2K^2)$

ρ_e est la densité électronique. Ce terme apparaît lorsque l'on intègre la variation d'énergie sur tous les électrons. Il apparaît alors le nombre d'électrons par unité de volume (= densité) divisé par la puissance laser par unité de volume.

Recouvrement des faisceaux :

Le gain en un point est proportionnel à l'intensité locale du courant d'électron. On doit donc moyenner sur les distributions transverses. Si on a la symétrie cylindrique on obtient :

$$F_f \sim 1 / \left[1 + \frac{\Sigma_o}{\Sigma_e} \right]$$

Σ_o = surface du faisceau optique

Σ_e = surface du faisceau d'électrons

En multipliant par le terme $\rho_e = \hat{I}/\Sigma_e$ ($\hat{I} = I/l$, où l est la longueur du paquet d'électrons) :

$$\Rightarrow \rho_e F_f \sim \frac{\hat{I}}{\Sigma_e + \Sigma_o}$$

Élargissement inhomogène :

En vertu du théorème de Madey le gain est affecté de la même manière que l'émission spontanée par l'élargissement inhomogène (électrons possédant une vitesse différente, en module et en angle, de la vitesse moyenne). Cette émission spontanée est tout simplement un train d'ondes de N périodes, qui reproduit la forme de l'onduleur. Sa distribution spectrale est donc $\text{sinc}^2(\Delta\omega T/2)$, comme signalé plus haut. Sa largeur spectrale relative est donc $1/N$, caractéristique d'un train d'ondes de N périodes. En l'approximant par une Gaussienne on obtient facilement :

$$F_{\text{inh}} \equiv \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{hom}}^2}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{hom}}^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{inhom}}^2} \equiv \frac{1}{1 + N^2 \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{inhom}}^2}$$

En particulier :

$$\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{angle}} = \frac{\gamma^2 \theta^2}{1+k^2}$$

Pour ne pas élargir la courbe, il faut que θ évolue avec l'énergie et la longueur d'onde, comme

$$\theta \approx \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{1+K^2}{N}} = \sqrt{\frac{2\lambda}{N\lambda_0}}$$

Émittance du faisceau d'électrons :

Ceci nous amène à une notion très importante en ce qui concerne les faisceaux d'électrons : l'émittance du faisceau. L'émittance transverse est analogue à l'étendue de faisceau en optique et peut être définie approximativement comme le produit de sa taille par sa divergence (le faisceau n'est jamais parfaitement monocinétique, à cause de l'effet de répulsion des charges entre elles notamment). Sa valeur, en incluant l'émittance longitudinale (la dispersion en énergie) définit complètement la qualité du faisceau de particules. Cette qualité est cruciale pour le LEL.

On a vu que si l'on veut que les électrons contribuent au mode optique, il faut que $\Sigma_e = \Sigma_o$. Or la taille minimale moyenne d'un faisceau optique (à la limite de diffraction) est : $\Sigma_o = \lambda N \lambda_0$ et la taille transverse du faisceau d'électrons x doit être $\approx \sqrt{\lambda N \lambda_0 / \pi}$. Au total l'émittance doit donc être $x\theta \approx \lambda$

**L'émittance du faisceau d'électron doit être égale à λ
(longueur d'onde que l'on veut produire)**

Il s'agit bien sûr d'un ordre de grandeur puisque l'on peut augmenter le gain en augmentant, par exemple, le courant crête. Cependant augmenter le courant crête augmente en pratique l'émittance (quel que soit le type d'accélérateur). Cette condition est néanmoins très restrictive.

Par exemple :

$$\lambda = 1 \mu\text{m} \rightarrow x\theta \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ m.rad.}$$

$$\lambda = 10 \text{ \AA} \rightarrow \quad \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ m.rad.} \quad : \text{ limite des meilleurs accélérateurs actuels}$$

Cependant, si cette condition est nécessaire, elle n'est pas suffisante : il faut aussi que le gain soit suffisamment élevé. En particulier, si l'on veut laser à de courtes longueurs d'ondes (diminuer λ), on est amené à augmenter γ , mais le terme en γ^{-3} (soit $\lambda^{3/2}$) diminue très rapidement et F_{inh} diminue très rapidement à émittance et dispersion en énergie données. Notons cependant que l'émittance de la plupart des accélérateurs s'améliore quand l'énergie augmente. Afin d'atteindre les courtes longueurs d'ondes, divers remèdes ont été examinés :

* Travailler à plus basse énergie, c'est à dire diminuer λ_0 : "Micro-onduleurs" ou ondulateurs électromagnétiques : il s'avère très difficile de produire des champs suffisants.

* Travailler sur les harmoniques a le même effet, mais l'influence de l'émittance augmente considérablement F_{inh} .

* Diminuer l'émittance - Améliorer les accélérateurs : beaucoup de recherches sont effectuées dans ce domaine en particulier sur les photocathodes sur les accélérateurs RF. Dans

ce cas les électrons sont produits par des impulsions lasers ultracourtes : on n'a donc pas besoin de les grouper avant de les envoyer dans les éléments RF. Le faisceau peut alors être accéléré juste après la cathode, soit "avant" que les effets de charge d'espace (responsables de l'augmentation d'émittance) aient pu se développer.

- Utiliser un anneau de stockage optimisé : l'émittance et la dispersion en énergie sont faibles, mais le courant crête n'est pas très élevé. En outre l'énergie est grande, si l'on veut de bonnes propriétés de faisceau, ce qui diminue le gain et contraint à utiliser des onduleurs très longs (> 10 m). Néanmoins (voir plus bas) plusieurs projets sont en cours.

A ce jour la longueur d'onde la plus courte obtenue (à Novossibirsk, sur anneau) est 240 nm.

Ordre de grandeur du gain :

Le gain doit répondre aux conditions suivantes :

-1- Gain $\gg$ Pertes

Pertes = défaut de réflectivité des miroirs + extraction d'une partie du faisceau produit + diffraction. Si le gain est juste supérieur aux pertes, la majorité de la puissance produite sera inutilisable.

-2- Le taux de croissance : $(\text{Gain} - \text{Pertes})/(2L/c)$ doit être suffisamment grand pour que le laser s'établisse avant la fin de l'impulsion.

En pratique, la première condition est la plus sévère et dépend en premier lieu de la réflectivité des miroirs que l'on sait réaliser à l'heure actuelle.

Réflectivité des miroirs

L'infrarouge permet de profiter pleinement de l'accordabilité des LEL car un seul jeu de miroirs métalliques couvre de $\sim 1\mu \rightarrow \infty$ avec $R > 99\%$. Dans le visible et proche IR les multicouches permettent d'obtenir d'excellents miroirs ($R > 99,99\%$!), mais de bande passante faible. Dans le VUV les réflectivités se dégradent, sauf dans le domaine des X, où la réflexion de Bragg à 90° est très efficace. Le fait de travailler dans le domaine VUV augmente

donc doublement la difficulté puisque d'une part le gain a tendance à diminuer et, d'autre part, les pertes augmentent considérablement. Certains auteurs envisagent de travailler en amplification sur un seul passage, en mettant à profit le fait que le milieu se comporte comme un guide d'onde lorsque le gain est important.

6. PANORAMA DU LEL

Le LEL a de grands avantages potentiels : il est accordable car il peut présenter du gain à toute longueur d'onde, contrairement à un système atomique ou moléculaire. Cette accordabilité a été largement démontrée dans l'infrarouge, où une décade est couramment obtenue. Par contre, il est difficile d'obtenir un gain appréciable aux courtes longueurs d'onde ($\lambda < 200$ nm), là précisément où l'on manque le plus de lasers. Comme il est dépendant d'un milieu "artificiel", sa structure temporelle, sa puissance, ..., sont en principe librement choisies. Son principal désavantage est sa lourdeur de mise en oeuvre (et donc son coût). Sa principale réussite est, jusqu'à présent, son utilisation en centre serveur dans l'infrarouge. Nous allons donner quelques considérations sur la puissance produite, puis nous aborderons brièvement l'état du sujet.

6.1 Puissance produite ("saturation")

Il est facile de voir qu'un électron qui a perdu une énergie correspondant à environ la 1/2 - largeur de la courbe de gain ne peut plus participer au processus d'où :

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)_{\max} \sim \frac{1}{4N}$$

Le rendement par rapport à la puissance contenue dans le faisceau doit donc être de 1 à 2 %. C'est bien ce qui est observé. On peut essayer de "déplacer" la courbe de résonance en même temps que les particules perdent de l'énergie (onduleur en "biseau") : On obtient jusqu'à 5% environ, au prix d'un élargissement spectral important. Dans tous les cas la puissance extraite est proportionnelle à la puissance du faisceau.

Exemple : Linac de 100 MeV, $I = 100 \mu A$

$$P_{\text{faisceau}} = 100 \cdot 10^6 \times 100 \cdot 10^{-6} = 10 \text{ kW}$$

$$P_{\text{laser}} = 100 - 200 \text{ W (P moyenne maximale)}$$

La puissance crête est plus grande : Si $\hat{I} = 100 \text{ A}$ $\hat{P}_{\text{laser}} \sim 100 \text{ MW}$

Systèmes à recirculation :

Anneaux de stockage : La dispersion en énergie produite pendant le processus s'accumule pendant ~ 1 temps d'amortissement $\sim 10^3 - 10^4$ tours. On peut montrer ("limite de Renieri"), que la puissance est limitée à quelques watts en moyenne.

Accélérateurs électrostatiques : (énergie de quelques MeV) Les électrons sont recirculés dans un tandem en récupérant leur énergie. On peut espérer un très bon rendement (100 % en théorie !), car dans cette configuration on récupère seulement l'énergie des électrons et non pas le faisceau lui-même comme dans un anneau de stockage (où le faisceau recirculé est perturbé à chaque tour).

Cependant cette technique est très délicate et bien qu'elle ait fait couler beaucoup d'encre, il existe une seule expérience (Van de Graaf à Santa-Barbara aux E.U.) qui produit environ 1 watt moyen seulement dans l'infrarouge lointain. Une autre machine est en construction au FOM en Hollande : elle vise à produire de fortes puissances moyennes (1 MW) vers 200-300 GHz pour déclencher l'ignition dans des tokamaks.

6.2 Accélérateurs pour le LEL

L'accélérateur est la pièce maîtresse d'un LEL. D'une part il en fixe les performances par ses caractéristiques : énergie, courant crête, émittance, dispersion en énergie. D'autre part, il représente la plus grande partie de l'investissement matériel et humain nécessaire à la construction d'un LEL. Ceci est dû aux nombreuses technologies particulières qu'il nécessite : protections contre les radiations, ultravide (où se propage le faisceau), éléments accélérateurs, RF de puissance, magnétisme, électronique et informatique de commande et de régulation... En particulier la radioprotection nécessite que la totalité des fonctions de la machine soient télécommandées, ce qui est d'une grande lourdeur expérimentale, particulièrement lorsqu'elles sont associées avec l'ultravide. La physique des accélérateurs est un vaste domaine, que nous ne faisons qu'effleurer ici. Des nombreux types d'accélérateurs ont été proposés et utilisés pour le LEL, nous allons nous contenter de faire une brève description des spécificités, sous l'angle du LEL, des plus répandus.

1 - Anneaux de stockage :

De nombreux anneaux de stockage ont été construits de par le monde, en particulier comme sources de rayonnement synchrotron. Ils ne sont stables qu'à haute énergie, au moins 200 MeV, mais ont une basse émittance. Ils ont donc suscité l'espoir d'atteindre le domaine VUV, mais ceci s'est révélé impossible sur les anneaux existants. La longueur d'onde la plus courte (240 nm) a été atteinte sur l'anneau VEPP3 à Novossibirsk. De nombreux travaux ont été faits en France à Orsay sur ces LEL (utilisant les anneaux ACO et Super-ACO).

Les anneaux de stockage sont extrêmement onéreux et ne peuvent être construits qu'en très petit nombre. Cependant, 3 machines sont en construction spécifiquement pour le LEL à courte longueur d'onde : à Duke aux USA, à Dortmund en R.F.A. et à Tsukuba au Japon. Que 3 machines spécifiques au LEL aient pu être financées est assez surprenant (mais elles connaissent des retards importants). Ce sont les seuls projets qui peuvent espérer descendre au dessous de 200 nm ($\rightarrow$ 80 nm ?). Un projet est également en cours d'étude sur la prochaine machine de rayonnement synchrotron en France (projet "SOLEIL").

2 - Accélérateur linéaire RF :

C'est le plus populaire des accélérateurs pour LEL. En effet sa technologie est très répandue et c'est l'accélérateur qui est susceptible d'être le plus compact. Ses avantages sont un fort courant crête (20 - 200 A), une faible émittance et une grande gamme d'énergie (1 - 100 MeV). Les particules étant accélérées par une onde radiofréquence, la nature du rayonnement est pulsée.

Le domaine spectral atteint par ces machines est typiquement l'infrarouge (1 à 200 - 300 μ m). Ils commencent à être utilisés en "centres serveurs", comparables (en plus petits) aux centres de rayonnement synchrotron. 4 ou 5 centres de ce type fonctionnent de par le monde (dont un en France à Orsay : CLIO) et une dizaine sont en construction. L'accordabilité obtenue est toujours d'au moins une décade.

De nombreux travaux visent à réduire l'encombrement et le coût de ce type de LEL.

3 - Accélérateur électrostatique :

C'est une technique qui suscite beaucoup d'intérêt mais une seule réalisation existe (Santa Barbara, Ca, USA). Ses avantages sont un courant quasi continu (longueur du paquet $\geq$ 20 μ s.), une faible émittance, une dispersion en énergie quasi nulle et un fort rendement potentiel (recirculation). On devrait donc pouvoir obtenir une très faible largeur de raie ($\Delta\lambda/\lambda = 10^{-6}$ - 10^{-8}) pour la spectroscopie à haute résolution ainsi que de fortes puissances moyennes, à cause du fort rendement potentiel, ce qui reste à démontrer expérimentalement.

Le domaine spectral est l'infrarouge lointain (50 μ m à qq. mm) car l'énergie de ce type de machine est limité à 6-8 MeV.

Les applications sont les centres serveurs dans l'infrarouge lointain et le chauffage d'un plasma de tokamak (machine du FOM aux P.B. est construite dans ce but). Certains pensent à des applications industrielles (séparation isotopique, sources de RF pour un collisionneur du futur).

6.3 Historique du LEL

Le LEL a connu divers précurseurs. Le klystron qui, comme nous l'avons mentionné plus haut, est assez similaire, a été inventé en 1939 à Stanford dans le laboratoire qui porte maintenant le nom de Hansen. Celui-ci développa grâce au klystron les premiers accélérateurs linéaires radiofréquence, destinés à la physique des particules. Dans les années 50, un Anglais, H. Motz, développa dans ce laboratoire le premier onduleur et entrevit la possibilité d'obtenir du rayonnement cohérent.

Le premier dispositif ressemblant de près à un LEL fut développé par Phillips aux États-Unis (NRL à Washington) sous le nom d'"Ubitron", travaillant dans le domaine des micro-ondes. Sa réalisation reste plus ou moins confidentielle car il est financé par la Défense (des travaux similaires existent en URSS). Il est abandonné en 1965, au profit de tubes plus "classiques" (klystrons, gyrotrons, magnétrons, carcinotrons...).

À la fin des années 60 le "LEL" est pratiquement oublié au profit du maser et du laser atomique. Il est alors réinventé par J. Madey, toujours au Hansen laboratory, vers 1970. Il publie la 1^{ère} analyse (quantique : analyse en retrodiffusion Compton stimulée) du gain en 1971. En parallèle renaît l'intérêt pour les LEL en régime "Raman" (processus à 3 ondes avec développement d'une onde de plasma dans un faisceau de basse énergie et de haute intensité) et "Cerenkov" (l'onde se propage dans un milieu diélectrique qui ralentit sa vitesse de phase).

Le premier LEL "Compton" (par opposition au Raman) est réalisé en 1977 par J. Madey à Stanford sur un accélérateur supraconducteur de 20 MeV avec un onduleur hélicoïdal de longueur égale à 10 m et à $\lambda = 3 \mu\text{m}$. Peu après, W. Colson publie l'analyse du gain en mécanique classique partout adoptée depuis.

Ce succès a déclenché un grand intérêt pour le LEL de type Compton et beaucoup d'expériences démarrent. Cependant ce n'est pas avant 1983 que l'on obtient à nouveau l'effet laser (dans le visible à Orsay sur l'anneau ACO) et à nouveau dans l'infrarouge sur accélérateur linéaire à température ambiante ($\lambda = 10 \mu\text{m}$ accordable jusqu'à $40 \mu\text{m}$, Los Alamos 1983). Par la suite on a essayé de faire des LEL sur toutes sortes d'accélérateurs et pour différentes raisons : nouvelles sources pour utilisateurs, chauffage des plasmas, "Starwars" etc... En particulier, énormément d'argent a été dépensé dans le cadre de l'"initiative de défense stratégique" américaine avec assez peu de résultats.

Paradoxalement, bien que le LEL ait suscité d'abord l'espoir de réaliser des lasers X et XUV, c'est dans les domaines de l'infrarouge proche et lointain, voire dans les micro-ondes (chauffage des plasmas), que le LEL se développe le plus actuellement. Par exemple, en Californie, Elias a lasé de **100 à 800 μm** avec un accélérateur tandem électrostatique à recirculation et ouvert le premier centre serveur pour les utilisateurs. En 1985 Madey (toujours lui !) réalise "Mark III" un LEL **2 - 8 μm** ouvert aux utilisateurs. Ce succès provoque la mise en chantier de nombreux projets dans le monde. Au moins 4 d'entre eux fonctionnent régulièrement :

Stanford	2 à 10 μm
Vanderbilt (USA)	2 à 8
FELIX (P.B.)	6 à 100
CLIO (France)	2 à 20 (étendu à 50 μm en 95)

Les puissances atteintes sont de l'ordre de 100 MW sur des impulsions de l'ordre de la ps (soit jusqu'à 10^{14} W/cm^2) et les puissances moyennes de quelques watts continûment accordables sur le domaine spectral. Il existe au moins une dizaine de projets de ce type de par le monde (États-Unis, Japon, Chine, Allemagne principalement).

Parallèlement la recherche sur les LEL à courte longueur d'onde se poursuit. Plusieurs projets sur anneaux sont en développement (comme mentionné plus haut). Des projets sur

accélérateurs linéaires, en particulier des supraconducteurs (bonne qualité de faisceau) commencent également à voir le jour.

7. CONCLUSION

Les lasers à électrons libres ont à leur naissance suscité un enthousiasme, sans doute excessif, dû à leur très grande accordabilité. Les réalisations se sont avérées plus difficile que prévu à cause, principalement, de la difficulté de mise en oeuvre de la technologie des accélérateurs de particules. On demandait d'ailleurs à ces machines des performances (en particulier émittance) supérieures à celles qui sont nécessaires pour la plupart des autres utilisations. Un LEL est un dispositif onéreux, qui prend du temps à construire (au moins 4 ou 5 années) et qui n'est pas exempt de risques (plusieurs n'ont jamais fonctionné). Ainsi relativement peu de LELs sont en fonctionnement dans le monde. Cependant les machines les plus récentes font preuve d'une très bonne fiabilité.

Le futur du LEL est conditionné par son utilité potentielle en particulier en tant qu'outil de recherches : en tant que tel il commence à faire ses preuves, particulièrement dans les 4 centres infrarouge cités ci-dessus. Citons quelques applications typiques, qui ont fait l'objet de publications originales :

- *Études de phénomènes non-linéaires et dynamiques d'états excités (expériences "pompe-sonde" dans les semi-conducteurs et les puits quantiques, par exemple).*
- *États excités et transferts d'énergie dans des molécules en matrices*
- *Études de surfaces (en ultraviolette et électrochimie) par la technique "sélective" de SFG (Génération de Fréquence Somme).*
- *Photodissociation de molécules à l'état gazeux (études d'environnement)*
- *Microscopie infrarouge en champ proche*
- *Génération d'harmoniques en surface*
- *Études biomédicales*

D'autres applications, parfois exotiques, ont été proposées (mais non réalisées) : séparation isotopique à 16 μm , chauffage des tokamaks (en cours d'études), source de micro-ondes pour les accélérateurs du futur, guerre des étoiles (abandonné), source d'énergie pour les satellites...

De nombreuses variétés de LEL utilisant des faisceaux d'électrons ont été proposés (mais sans résultats très probants jusqu'à présent) et que nous n'avons pas abordé ici faute de place : LEL "Raman", "Cerenkov" et "micro-Cerenkov", "Gas-loaded", "Smith-Purcell"... En particulier les LEL Raman ont fait l'objet de nombreuses études ainsi que beaucoup d'idées nouvelles visant, en particulier, à réduire la taille de ces machines. On les trouvera dans la bibliographie ci-dessous.

Références

Rayonnement synchrotron :

- Jackson J. D., Classical electrodynamics (Wiley, 1962)
 Dagneaux D. et al., *Ann. Phys.*, **9** (1975) 9
 Farge Y., *J. Phys.*, **C 7-17** (1975), 36 et *La Recherche*, **8** (1977), 316

Accélérateurs :

- Lapostolle P. & Septier A. ed., Linear Accelerators (North-Holland, Amsterdam, PB - 1970)
 Bruck H., Accélérateurs circulaires de particules (PUF, Paris - 1966)

Articles de vulgarisation LEL :

- Phys. Today*, (1976) 17, (1983) 27, (1984) 21
La Recherche, **14** (1983) 1459, **15** (1984) 1593, **24** (1993) 253
Sci. Am., (June 77) 63, (April 89) 84
Pour la Science, (Avril 1986) 91

Synchrotron Radiation News, 2, N° 3 (1989) 18 & N° 4 (1989) 21

Ouvrages sur le LEL :

Turner S. ed., *Synchrotron radiation and free electron lasers* (CERN accelerator school, CERN 90-03, Geneva - 1990)

Colson W. B. , Pellegrini C. & Renieri A. ed., *Laser Handbook* (North-Holland, Amsterdam, PB - 1990)

Brau C., *Free electron lasers* (Academic Press Inc., San Diego, CA, USA - 1990)

Luchini P. & Motz H., *Undulators and Free electron lasers* (Clarendon Press - Oxford - 1990)

Proceedings des conférences LEL : (très complets)

Martelluci S. & Chester A. N. ed., "Free Electron Lasers", (Plenum Press - New York - 1983)

J. Phys., Coll. C1 (1983), Tome 44

Nuclear Instruments & Methods, A 237 (1985), A 250 (1986), A 259 (1987), A 272 (1988), A 285 (1989), A 296 (1990), A 304 (1991), A 318 (1992), A 331 (1993), A 341 (1993)

Thèses :

Elleaume P., "Laser à électrons libres sur l'Anneau de Collisions d'Orsay", Orsay (1984)

Prazeres R., "Génération d'harmoniques dans un klystron optique", Orsay (1988)

Couperie M. E., "Laser à électrons libres sur anneau de stockage", Orsay (1989)

Ferrer J. L., " Etude de la dynamique non-linéaire du spectre d'un LEL en régime Compton", Orsay (1990)

Delbarre H., " Etude de l'origine des instabilités spectrales dans un LEL en régime Compton", Lille (1993)

Glotin F., "Le laser à électrons libres CLIO et sa structure temporelle", Paris VII (1994)